

А.П. Крамынин, А.В. Мордвинов

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА РАЗЛОЖЕНИЯ РЯДОВ ПО ЕСТЕСТВЕННЫМ ОРТОГОНАЛЬНЫМ ФУНКЦИЯМ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ВЕКОВЫХ ЦИКЛОВ СОЛНЕЧНОЙ АКТИВНОСТИ

Методом разложения реконструированного ряда чисел пятен $S_n(t)$ за 11 400 лет по естественным ортогональным функциям исследованы долговременные вариации вековых циклов солнечной активности.

Установлено, что первые три компонента разложения описывают более 98% всех изменений $S_n(t)$. Причем первый компонент разложения дает вклад около 92%.

По форме первой координатной функции разложения установлена усредненная форма векового цикла, имеющего продолжительность 88 лет, а по сопряженной с ней временной функции выявлены квазипериодичности, модулирующие вековой цикл. Модулирующие вековой цикл квазипериодичности совпадают с квазипериодичностями, наблюдаемыми в спектре ряда $S_n(t)$.

Второй и третий компонент разложения с вкладами около 4% и 2% соответственно описывают изменение формы вековых циклов и ее вариации во времени.

Для изучения долговременных изменений солнечной активности используются реконструкции чисел солнечных пятен $S_n(t)$ по данным о содержании космогенных изотопов ^{14}C и ^{10}Be в природных архивах Земли, например [4], где данные о содержании ^{14}C , усредненные по 10 годам, охватывают 11400 лет. Анализ реконструированной из этого ряда последовательности значений чисел солнечных пятен $S_n(t)$ по исследованиям в [3] выявил восемь мод, которые определяют изменения солнечной активности с временным масштабом от 60 до 6000 лет. Обнаружено также, что наступление великих минимумов определяется соотношением между вариациями активности в масштабе 100–200 лет и ее долговременными изменениями. Сформулирован универсальный критерий для идентификации эпох великих минимумов.

В [2] методом комплексной демодуляции показано, что выявленные долговременные периодичности модулируют амплитуду вековых циклов, продолжительность которых варьирует в достаточно широких пределах от 60 до 130 лет.

Использование для исследования вместо последовательности $S_n(t)$ ряда ее производной позволяет удалить из спектра долговременные гармоники, на которые наложены вековые колебания солнечной активности. Всякий раз, когда значение $S_n(t)$ будет проходить через локальный минимум или максимум, производная $S_n(t)$ будет менять знак, что и приведет к исключению в ряду производной $S_n(t)$ долговременных трендов. Полученный таким образом ряд будет в первую очередь характеризовать продолжительность коротких циклов, в частности вековых.

Анализ спектра ряда производной $S_n(t)$ на рис. 1 говорит о большом диапазоне изменений продолжительности вековых циклов. Вместе с тем в спектре рис. 1 мы наблюдаем пики, которые говорят о более предпочтительных значениях продолжительности вековых

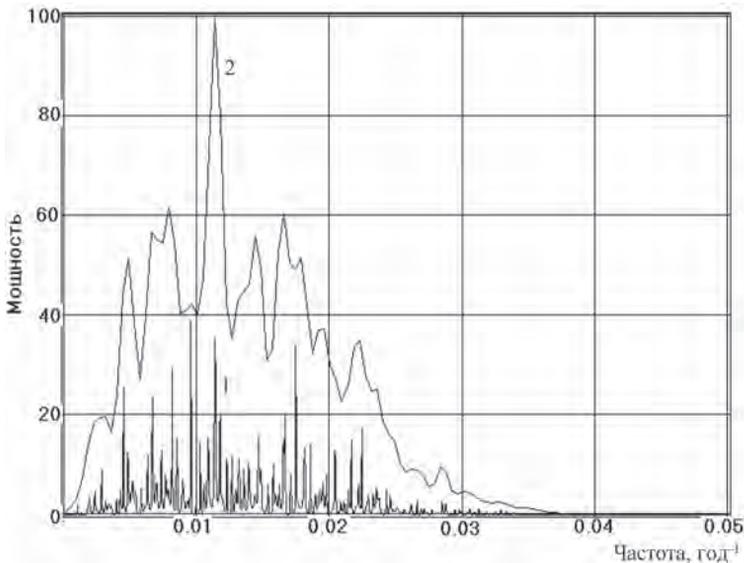


Рис. 1. Нормированные спектры ряда производной $S_n(t)$, рассчитанные методом максимальной энтропии (кривая 1) и преобразование Фурье со сглаживающим окном Тьюки (кривая 2)

циклов. Видим, что наиболее предпочтительная продолжительность векового цикла около 88 лет.

Для выявления особенностей поведения векового цикла мы использовали разложение исследуемого ряда $S_n(t)$ по естественным ортогональным функциям [1]. Для этого из временного ряда $S_n(t)$ сконструировали матрицу $S_{n_{ij}}$ из последовательных строк длиной, равной предполагаемой продолжительности векового цикла. А затем $S_{n_{ij}}$ представили в следующем виде (здесь и далее суммирование производится по повторяющимся индексам):

$$S_{n_{ij}} = S T_{ik} X_{kj}, \quad (1)$$

где X_{kj} – координатная функция k , описывающая в нашем случае усредненную форму векового цикла, T_{ik} – сопряженная с ней временная функция, описывающая масштаб изменений X_{kj} от цикла к циклу. Причем как координатные функции X_{kj} , так и временные функции T_{ik} взаимортогональны, т.е.

$$\begin{aligned} SX_{ij} X_{ik} &= 0 \text{ при } j \neq k \\ ST_{ji} T_{ki} &= 0 \text{ при } j \neq k. \end{aligned} \quad (2)$$

Проблема нахождения совокупности координатных функций X_{ij} сводится к проблеме отыскания собственных векторов и собственных значений корреляционной матрицы $K_{ji} = 1/m \sum S_{n_{ij}} S_{n_{il}}$ из уравнения вида:

$$SK_{ji} X_{kl} = I_k X_{kj}. \quad (3)$$

А значения временной функции T_{ik} можно получить из выражения

$$T_{ik} = S S_{n_{ij}} X_{kj} / SX_{kj}^2. \quad (4)$$

Учитывая, что по смыслу I_k представляет собой вторые моменты соответствующих временных функций, I_k можно рассматривать как оценку вклада соответствующей временной функции.

Если предварительно из $S_n(t)$ исключить среднее значение, то I_k совпадет с дисперсией соответствующей временной функции. Преимущество метода разложения $S_n(t)$ в ряд по естественным ортогональным функциям заключается в том, что базисная система функций не выбирается заранее, а получается естественным образом из исходного ряда. Взаимортогональность временных функций означа-

ет отсутствие их корреляции, что позволяет предположить линейную независимость физических причин, вклады которых в изучаемый ряд описываются различными координатными функциями. Следовательно, разложение (1) позволяет разделить основные части изучаемого процесса, обусловленные разными факторами, и выявить наиболее общие особенности процесса, так как получаемый ряд обычно быстро сходится в первых трех-четырех членах разложения.

Нами было выполнено разложение рядов $S_n(t)$ и ее производной по естественным ортогональным функциям для продолжительности векового цикла 88 лет. Первые три компонента разложения описывают более 98% всех изменений поведения $S_n(t)$, причем первый компонент дает вклад около 92%. Второй и третий компонент разложения дают вклад 4% и 2% соответственно.

Первая координатная функция разложения $S_n(t)$ на рис. 2 описывает усредненную форму векового цикла продолжительностью 88 лет и имеет несколько асимметричный вид. Ветви роста и спада имеют несколько разную продолжительность. Вторая и третья координатные функции описывают изменения формы вековых циклов. Вторая координатная функция описывает изменения крутизны ветвей, а третья – положение переломных точек на кривой векового цикла.

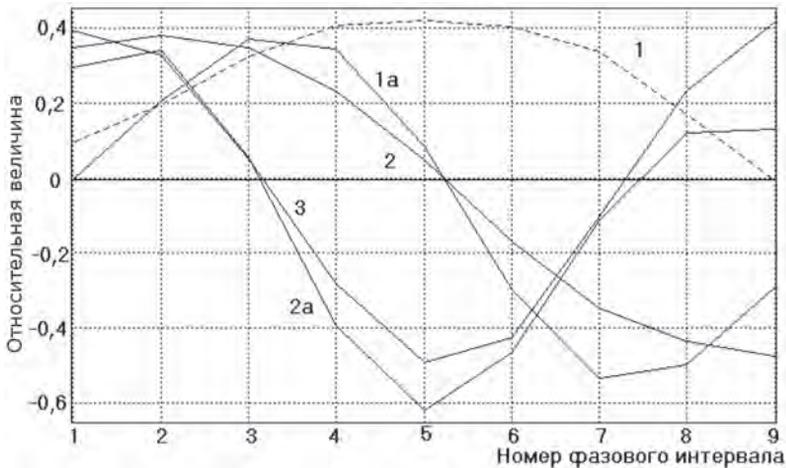


Рис. 2. Первые три координатные функции (кривые 1, 2, 3) для $S_n(t)$ и первые две координатные функции (кривые 1a, 2a) для ряда ее производной

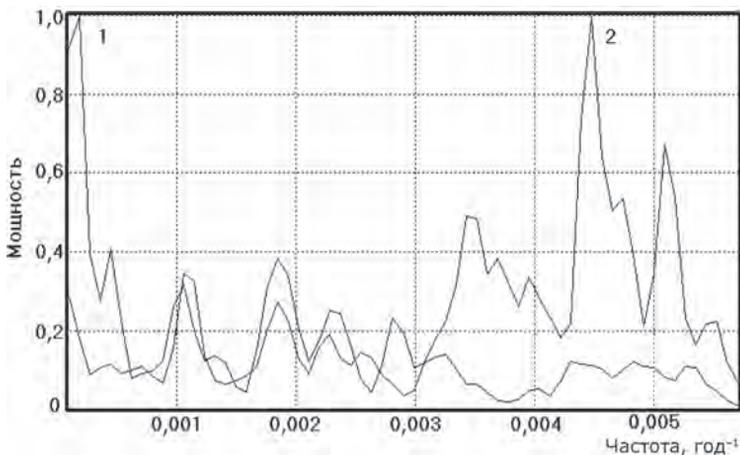


Рис. 3. Нормированные спектры первых двух временных функций для ряда $S_n(t)$ (кривые 1 и 2 соответственно)

Модулирующие амплитуду и форму вековых циклов периодичности на рис. 3 показывают, что они совпадают с квазипериодами, выявленными в спектре $S_n(t)$. Однако относительный вклад высоких и низких частот в спектре первой и второй временных функций различен. Для первой временной функции вклад вариаций на низких частотах больше, чем на высоких, для второй временной функции с точностью до наоборот.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вертлиб А.Б., Конецкий М., Куклин Г.В. Опыт применения разложения по естественным ортогональным функциям некоторых индексов солнечной активности // Исследование по геомагнетизму, аэронавигации и физике Солнца. 1971. Вып. 2. С. 194–209.
2. Крамынин А.П., Мордвинов А.В. О модуляции амплитуды вековых циклов солнечной активности // Избранные проблемы астрономии. Иркутск, 2011. С. 138.
3. Mordvinov A.V., Kramynin A.P. Long-term changes in sunspots activity, occurrence of grand minima, and their future tendencies // Solar phys. 2010. Vol. 264. P. 269–278.
4. Solanki S.K., Usoskin I. G. Kromer B., Schussler M., Beer J. Unusual activity of the Sun during recent decades compared to the previous 11,000 year // Nature 2004. Vol. 431. № 7012. P. 1084–1087.