

Д.В. Ерофеев

ДИНАМИЧЕСКАЯ И ФЛУКТУАЦИОННАЯ СОСТАВЛЯЮЩИЕ СОЛНЕЧНОГО ЦИКЛА

ВВЕДЕНИЕ

В недавних работах [1, 3] был введён индекс активности, который позволяет связать характеристики цикла пятен с интенсивностью дипольного магнитного поля Солнца в следующем минимуме активности, а также с высотой следующего цикла. Этот индекс описывает вклад пятен в осесимметричный магнитный диполь Солнца и определён на основе теории горизонтального переноса магнитного потока (с учётом меридионального течения) [6]. Он рассчитывается следующим образом:

$$d(n) = c \sum_i^{(n)} g(f_i) S_i \Delta f_i, \quad (1)$$

где n – номер цикла пятенной активности, суммирование проводится по всем биполярным группам пятен этого цикла, c – нормировочная константа, i – номер группы по каталогу. Параметр S_i – максимальная наблюдаемая площадь i -й группы, f_i – широта её центра, а Δf_i – расстояние по широте между её магнитными полюсами, которое считается положительным, если ведущий полюс группы расположен ближе к экватору, чем хвостовой, и отрицательным в противном случае. Весовая функция g аппроксимируется гауссианой

$$g(f) = e^{-(f/F)^2} \quad (2)$$

с параметром $F \approx 10^\circ$. Таким образом, только группы пятен, образовавшиеся в узкой приэкваториальной зоне (примерно 23 % от полного числа групп), дают заметный вклад в индекс d .

Вариации индекса $d(n)$ довольно близко соответствуют вариациям высоты цикла, определённым по обычным индексам активности (числу Вольфа или площади пятен), но с опережением на один цикл. Это согласуется с моделями динамо типа Бэбкока–Лейтона, в

которых наклон групп пятен к параллелям (дающий в среднем $\Delta f > 0$) играет роль альфа-эффекта. Если вариации активности от цикла к циклу в значительной степени предопределены вариациями $d(n)$, то возникает вопрос о причине изменений самого этого параметра. Вообще говоря, известны две возможные причины изменений высоты цикла. Во-первых, они могут иметь динамическую природу, возникающая как следствие сложного поведения солнечного цикла даже без учёта случайных флуктуаций параметров, ответственных за генерацию магнитного поля. Во-вторых, они могут возникать в результате больших случайных флуктуаций параметров генерации (скорее всего, альфа-эффекта), которые сами по себе обусловлены турбулентным характером течений в конвективной зоне [2, 5]. Действительно, в динамо Бэбкока–Лейтона источником полоидального магнитного поля следующего цикла является сравнительно небольшое количество больших активных областей, имеющих существенный разброс параметров, так что даже усреднённые за цикл значения этих параметров могут содержать значительную случайную компоненту.

ДАННЫЕ И МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ

Анализ поведения индекса $d(n)$ позволяет извлечь некоторую информацию об относительном вкладе динамической и случайной составляющих вариаций активности на шкале времени длиной в один солнечный цикл или больше. Для этого мы воспользуемся данными трёх обсерваторий – Kodaikanal, Mount Wilson и Уссурийской астрофизической обсерватории, которые охватывают период в 96 лет. Подробное сравнение этих данных, а также статистические свойства параметров групп пятен описаны в статье Д.В. Ерофеева и А.В. Ерофеевой, помещённой в настоящем сборнике.

Метод исследования состоит в сопоставлении поведения средних за цикл значений параметров групп пятен, которые влияют на поведение $d(n)$, с их флуктуациями, вызванными разбросом характеристик отдельных групп пятен. Параметров, влияющих на поведение $d(n)$, всего три: максимальные площади групп пятен, расстояния между их полюсами по широте и число «эффективных» групп, образо-

вавшихся в течение одного цикла на широтах ниже 10° . Соответственно, индекс $d(n)$ можно представить в мультипликативном виде:

$$d(n) = cN_e(n)S_e(n)\Delta f_e(n), \quad (3)$$

где N_e – эффективное число групп пятен:

$$N_e(n) = \sum_i^{(n)} g(f_i), \quad (4)$$

S_e – эффективное значение их площади:

$$S_e(n) = \frac{1}{N_e} \sum_i^{(n)} g(f_i)S_i, \quad (5)$$

а Δf_e – эффективное (средневзвешенное по площадям) значение расстояния по широте между магнитными полюсами групп:

$$\Delta f_e(n) = \frac{\sum_i^{(n)} g(f_i)S_i\Delta f_i}{\sum_i^{(n)} g(f_i)S_i}. \quad (6)$$

Вычисления показывают, что форма весовой функции g не имеет существенного значения, её можно заменить прямоугольным окном и полагать N_e и S_e просто числом групп и их средней площадью в зоне широт ниже 10° . Параметр Δf_e систематически отличается по величине от среднего значения

$$\Delta f_m(n) = \frac{1}{N_e} \sum_i^{(n)} g(f_i)\Delta f_i, \quad (7)$$

однако вариации обоих параметров происходят весьма сходным образом, поэтому различие между ними также малосущественно.

Для наших целей удобно использовать коэффициенты вариации исследуемых величин. Коэффициент вариации (ниже кратко именуемый «вариация») $V[X]$ случайной величины X – это отноше-

ние ее стандартного отклонения к математическому ожиданию:

$$V[X] = \frac{\sigma_X}{M_X}, \quad (8)$$

причём оценки V могут быть сделаны усреднением как по случайной выборке, так и по времени для временных рядов. Отметим, что если X есть произведение нескольких некоррелированных случайных величин x_k с небольшими вариациями, $V^2[x_k] \ll 1$, то

$$V^2[X] \approx \sum_k V^2[x_k]. \quad (9)$$

Если X – временной ряд и он содержит некоторую динамическую (неслучайную) компоненту плюс случайные флуктуации с нулевым средним, то его вариацию, очевидно, можно представить в виде

$$V^2[X] = V_D^2[X] + V_R^2[X], \quad (10)$$

где V_D и V_R – составляющие, связанные соответственно с динамической компонентой ряда и со случайными флуктуациями и определенные как отношения соответствующих среднеквадратичных отклонений к среднему значению X .

Метод исследования состоит в следующем. Имея временной ряд $X(n)$, мы можем найти его полную вариацию $V[X]$. С другой стороны, если мы каким-либо способом независимо оценим флуктуационную составляющую ряда $V_R[X]$, то сможем сделать вывод и о характере его эволюции. Действительно, если $V_R[X]$ окажется значительно меньше $V[X]$, можно заключить что поведение ряда $X(n)$ в основном неслучайное (динамическое), в противном случае оно как минимум содержит значительную флуктуационную составляющую.

Для рядов $X(n)$, являющихся суммами или средними за цикл от некоторого параметра групп пятен p (таких как ряд индекса d и ряд эффективных площадей групп S_e), флуктуационную составляющую вариации можно оценить исходя из любой достаточно представительной выборки групп пятен. Найдя с помощью усреднения по выборке вариацию нужного параметра $V[p]$, оценим флуктуационную составляющую вариации ряда в виде

$$V_R[X] \approx \frac{V[p]}{\sqrt{N}}, \quad (11)$$

где N – среднее число групп пятен в цикле, которые дают вклад в $X(n)$. Заметим, что наблюдательные данные, разумеется, содержат ошибки измерений, которые также дают вклад в вариации исследуемых рядов. Однако, имея данные трёх обсерваторий, мы можем определить дисперсию значений $X[n]$, вычисленных по разным данным (после приведения их в одну систему), и таким образом оценить вызванный ошибками измерений вклад V_E в полную вариацию ряда.

Существует второй метод оценки $V_R[X]$ («метод перетасовки данных»). Он состоит в следующем. В исходном массиве данных о группах пятен, охватывающем несколько 11-летних циклов, рандомизируются моменты образования групп, т. е. они заменяются случайными числами, тогда как прочие параметры групп не изменяются. Затем по рандомизированным данным рассчитывается новая «версия» временного ряда $X(n)$. Если данные охватывают достаточно много циклов активности, то «перетасовка» групп пятен по времени уничтожает все систематические изменения $X(n)$, и вариация полученного ряда определяется только случайным разбросом параметров групп. Процесс рандомизации данных может быть проделан многократно с разными последовательностями случайных чисел, что дает возможность оценить не только математическое ожидание, но и случайный разброс оценок V_R .

Описанные выше методы, однако, не подходят для оценки случайной составляющей числа групп в приэкваториальной зоне $N_e(n)$. Для этой цели поступим следующим образом. Каждое значение $N_e(n)$ можно рассматривать как число реализаций случайного события – появления группы пятен в области широт ниже 10° при числе «испытаний», равном полному числу появившихся на всех широтах групп пятен $N(n)$, причем вероятность одного такого события равна среднему за много циклов значению $N_e/N=0,23$. Тогда флуктуационную составляющую вариации N_e можно оценить по биномиальному распределению вероятностей с соответствующими параметрами.

Применим описанный выше метод к индексу $d(n)$ (его временная эволюция показана на *рисунке, а*). Этот ряд имеет вариацию $V[d]=0,31$, причём относительный разброс оценок $d(n)$ по данным трёх обсерваторий, $V_E[d]=0,04$, т. е. вклад ошибок измерений в полную вариацию незначителен. С другой стороны, флуктуационная составляющая вариации $V_R[d]$ может быть независимо оценена по данным о группах пятен за 96 лет. Для этого найдём вариацию величины $S \cdot \Delta f$ для зоны широт $|f| < 10^\circ$, и тогда, в соответствии с (11), $V_R[d] \approx V[S \cdot \Delta f] / N_e^{1/2}$, где N_e есть эффективное число групп пятен одного 11-летнего цикла, дающих вклад в $d(n)$. По имеющимся в нашем распоряжении данным за 96 лет, $V[S \cdot \Delta f] \approx 6$, а N_e составляет в разных циклах от 300 до 450, в среднем 373. Отсюда находим, что значение $V_R[d] \approx 0,30$. «Метод перетасовки данных» дает сопоставимую по величине оценку $V_R[d]=0,23 \pm 0,05$. Таким образом, $V[d]$ не сильно отличается от $V_R[d]$, и можно сделать вывод о том, что изменения $d(n)$ от цикла к циклу действительно содержат большие флуктуации, которые обусловлены случайным разбросом параметров групп пятен.

Таблица

	V	V_R	V_E
d	0,31	0,30 (0,23)	0,04
N_e	0,14	0,05	0,03
S_e	0,05	0,06 (0,04)	0,04
Δf_e	0,22	(0,21)	0,04
Δf_m	0,22	0,24 (0,19)	0,04

Рассмотрим теперь по отдельности характеристики групп пятен, определяющие поведение $d(n)$, – ряды параметров N_e , S_e и Δf_e . В таблице приведены значения полных вариаций V этих рядов, а также оценки флуктуационных составляющих вариаций V_R (в скобках даны оценки «методом перетасовки данных») и составляющих вариаций, связанных с ошибками измерений, V_E . В последней строке таблицы приведены данные для ряда средних за цикл значений Δf_m ;

видим, что свойства вариаций у средних и средневзвешенных по площадям групп значений Δf практически одинаковы.

Как можно видеть из данных таблицы, ряд эффективных площадей групп пятен S_e имеет относительно малую полную вариацию, сравнимую со вкладом ошибок измерений. Поэтому вариация индекса d главным образом определяется вариациями двух других параметров – числа групп пятен в приэкваториальной зоне N_e и эффективного значения расстояния между полюсами групп Δf_e , причём вклад второго параметра больше (заметим, что ряды $N_e(n)$ и $\Delta f_e(n)$ практически не коррелируют, поэтому формула (9) применима). Но вариации параметров N_e и Δf_e имеют разные свойства. В случае N_e флуктуационная составляющая вариации значительно меньше полной вариации, так что эволюция этого параметра является преимущественно динамической (напомним, что согласно формуле (10) складываются квадраты вариаций). С другой стороны, вариация Δf_e практически совпадает по величине с оценкой её флуктуационной компоненты, т. е. изменения этого параметра от цикла к циклу в значительной степени обусловлены большим случайным разбросом расстояний по широте между полюсами групп пятен (речь конечно идёт о реальном разбросе, а не об ошибках измерений). Этот разброс является также главным источником значительной флуктуационной составляющей индекса $d(n)$.

Ряды N_e , S_e и Δf_e для циклов 15–22, усредненные по данным трех обсерваторий, показаны сплошными линиями на рисунке. Можно видеть (рисунк, б), что изменение со временем числа групп в приэкваториальной зоне N_e происходит довольно гладко, без резких скачков от цикла к циклу, что само по себе подтверждает динамический характер эволюции этого параметра. Характерное время изменения N_e составляет как минимум несколько десятков лет. Эффективная площадь групп пятен показывает лишь очень слабое изменение в пределах рассмотренного интервала времени, сравнимое по величине с разбросом оценок S_e по данным разных обсерваторий (рисунк, г). Вариации эффективного значения расстояния по широте между полюсами групп Δf_e демонстрируют резкие скачки от цикла к циклу, что согласуется с выводом о флуктуационном характере эволюции этого

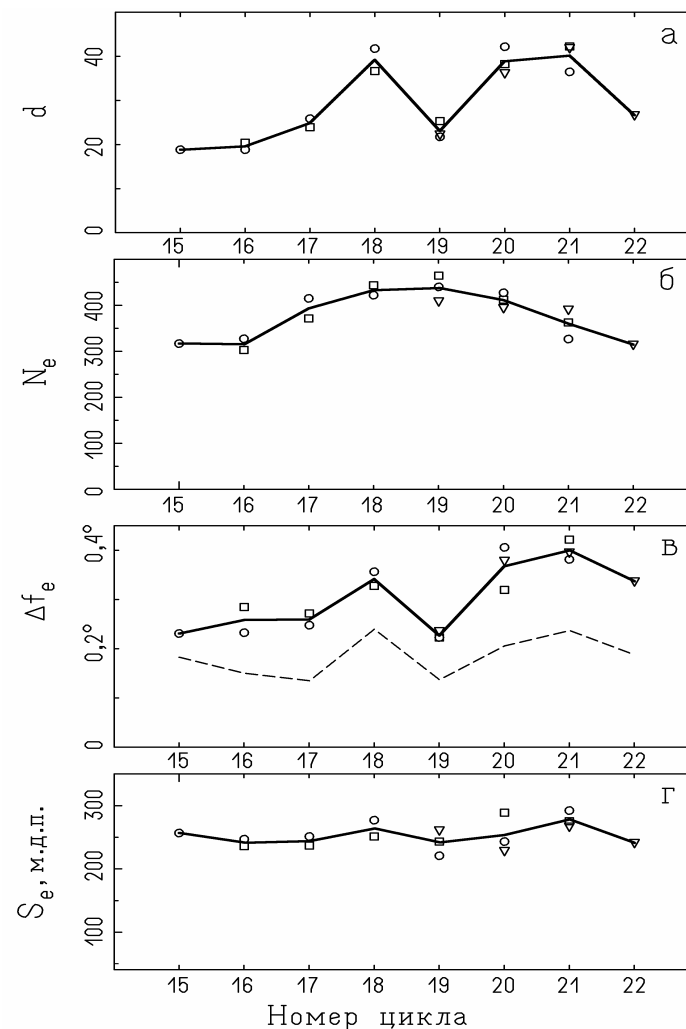


Рис.1. Эволюция индекса d (выражен в относительных единицах) и его мультипликативных составляющих (см. пояснения в тексте). Кружками, квадратами и треугольниками показаны оценки параметров по данным обсерваторий Kodaikanal, Mount Wilson и УАФО соответственно, сплошная линия – усреднённые значения. Штриховой линией показан параметр Δf_m – среднее за цикл значение Δf

параметра (рисунк, в). То же можно сказать о поведении среднего значения Δf_m , ход которого показан на *рисунке* штриховой линией.

ВЫВОДЫ

Вариации от цикла к циклу индекса d содержат значительную флуктуационную компоненту, связанную со случайным разбросом параметров групп пятен. Случайные флуктуации индекса d , вероятно, определяют и вариации высоты цикла в будущем. Три параметра, влияющие на поведение индекса d , – средняя площадь группы S_e , число групп N_e , образовавшихся за один цикл в широтной зоне ниже 10° , и расстояние между магнитными полюсами групп по широте Δf_e – имеют разный характер эволюции. Вариации S_e малы и не играют существенной роли, эволюция N_e происходит на шкале времени в несколько десятков лет и имеет главным образом динамический характер, а Δf_e претерпевает значительные случайные флуктуации от цикла к циклу. Таким образом, вариации высоты цикла примерно в равной степени обусловлены динамическим поведением числа групп пятен и случайными флуктуациями расстояний по широте между полюсами групп. Эти флуктуации, вероятно, обусловлены воздействием на всплывающие магнитные петли турбулентных течений в конвективной зоне Солнца [4].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ерофеев Д.В.* О связи между пятенной активностью в соседних 11-летних циклах // Солнечная активность и её влияние на Землю. Владивосток: Дальнаука, 2004. С. 37-52. (Тр.УАФО; т.8, вып. 8).
2. *Carbonneau P., Dikpati M.* Stochastic fluctuations in a Babcock-Leighton model of solar cycle // *Astrophys. J.* 2000. V. 543. P. 1027-1043.
3. *Erofeev D.V.* An observational evidence for the Babcock-Leighton dynamo scenario. // *Proc. IAU Symp.* 223. 2004. P. 97-98.
4. *Langcote D.W., Fisher G.H.* The effect of convection zone turbulence on the tilt angles of magnetic bipoles // *Astrophys. J.* 1996 V. 458. P. 380-390.
5. *Ossendrijver M.* The solar dynamo. // *Astron. Astrophys. Rev.* 2003. V. 11. P. 287-367.
6. *Wang Y.-M., Nash A.G., Sheeley N.R.* Magnetic flux transport on the Sun // *Science.* 1989. V. 245. P. 712.

Д.В. Ерофеев, А.В. Ерофеева

СТАТИСТИЧЕСКИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ БИПОЛЯРНЫХ ГРУПП ПЯТЕН

В настоящей работе исследуются статистические распределения максимальных наблюдаемых площадей групп пятен S , расстояний между магнитными полюсами групп d и расстояний между полюсами групп по широте Δf . Первые два параметра – неотрицательные величины, а последний взят с таким знаком, что если лидирующий полюс группы пятен расположен ближе к экватору, чем хвостовой, то Δf положительно, а в противном случае – отрицательно. Вышеназванные параметры представляют интерес в двух отношениях. Во-первых, они характеризуют дипольный магнитный момент групп пятен (полный момент группы приблизительно пропорционален произведению Sd , а величина $S\Delta f$ даёт его меридиональную составляющую), а он, по-видимому, играет важную роль в генерации солнечного цикла [1–3]. Во-вторых, эти параметры (и производный от них параметр – угол наклона оси группы пятен), вероятно, несут информацию о свойствах тороидального магнитного поля в основании конвективной зоны и процессе его переноса к поверхности Солнца [4, 6].

ДААННЫЕ РАЗНЫХ ОБСЕРВАТОРИЙ И ИХ СРАВНЕНИЕ

Для исследования используются данные обсерваторий Mount Wilson (далее MWO) с 1917 по 1985 г. и Kodaikanal (KO) с 1906 по 1987 г. (взяты с сайта [8]), а также Уссурийской астрофизической обсерватории (УАФО) за период с 1956 по 2001 г. Первые два набора данных созданы по методике Р. Говарда [5,7], который предложил находить положения магнитных полюсов каждой группы пятен путём определения средневзвешенных по площадям координат пятен, расположенных в ведущей и хвостовой частях группы. Данные фотосферного патруля УАФО обрабатывались более простым спо-